



Dit is het tweede tussenproduct van het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde. Het voorliggende tussenproduct bestaat uit vier onderdelen:

- Grote opdrachten in concept
- Toelichting op het proces tijdens de sessie (p. 5)
- Consultatievragen (p. 8)
- Bronnenlijst (p. 9)

Tijdens deze tweede sessie (23-25 mei) hebben de ontwikkelteams eerst de feedback op hun conceptvisie op het leergebied doorgenomen en hebben op basis daarvan gewerkt aan de 'grote opdrachten' van hun leergebied. Grote opdrachten beschrijven de *essentie* van wat leerlingen vanuit het perspectief van het leergebied nodig hebben om de wereld te kunnen begrijpen (kennis) en om in die wereld adequaat te kunnen handelen (vaardigheden).

Nu is het tijd om feedback op te halen, om op basis daarvan verder te kunnen werken aan de grote opdrachten. U kunt feedback geven op www.curriculum.nu/rekenen-en-wiskunde.

GROTE OPDRACHTEN (CONCEPT)

De grote opdrachten van het leergebied Rekenen & Wiskunde beschrijven de kern van wat leerlingen vanuit het perspectief van het leergebied nodig hebben om de wereld te kunnen begrijpen (kennis of 'inhoud') en om in die wereld adequaat te kunnen handelen (vaardigheden of breder: 'bekwaamheden'). Ze gaan in dit document hetzij over reken- & wiskundige bekwaamheden, hetzij over leerinhouden¹, maar het ontwikkelteam is er zich van bewust is dat in het onderwijs een reken- & wiskundige bekwaamheid altijd in combinatie met leerinhouden uitgeoefend wordt.

We onderscheiden zes grote opdrachten die op reken- & wiskundige bekwaamheden zijn gebaseerd en elf grote opdrachten die op inhoudsdomeinen gebaseerd zijn. Van de zes eerstgenoemde grote opdrachten zijn er vier uitgewerkt. Van de elf andere grote opdrachten zijn er zes uitgewerkt. Deze uitwerkingen staan in alfabetische volgorde in het vervolg.

Grote opdrachten gebaseerd op reken- & wiskundige bekwaamheden

1. Een *logische redenering* is een opeenvolging van denkstappen om te beredeneren of iets waar is of niet vanuit bekende feiten.

Logische redeneringen worden gebruikt om ervoor te zorgen dat leerlingen de volgende stap kunnen maken in de opbouw van hun kennis en vaardigheden binnen alle domeinen. Daarnaast is het ook een doel om leerlingen te leren logisch te redeneren om waarheden van onwaarheden te onderscheiden, zowel in het dagelijks leven als binnen wiskundige contexten. Logisch redeneren is een wiskundige bekwaamheid die essentieel is als middel bij begripsvorming (weten waarom). Het vermogen om logisch te kunnen redeneren draagt bij aan alle andere leergebieden, omdat je door middel van een redenering een bewering definitief kunt onderbouwen.

¹ De termen *bekwaamheid* en (*leer*)*inhoud* worden omschreven in de visie van het ontwikkelteam.



Voorbeeld uit het primair onderwijs

$$7 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 28.$$

$8 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 32$, maar
ook $8 \times 4 = 7 \times 4 + 4 = 28 + 4 = 32$.

Voorbeeld uit het voortgezet onderwijs

Laat zien dat de som van de hoeken van een vierhoek gelijk is aan 360° .

Redenering

Verdeel de vierhoek in twee driehoeken. De som van de hoeken van elk van beide driehoeken is 180° en daaruit blijkt de hoeksom-eigenschap voor de vierhoek.

2. "Klopt dit wel?"

Met wiskundig kritisch denken ontwikkelen leerlingen vaardigheden, zoals reflecteren op hun eigen werk en eigen gedachten, *factchecking* en redeneren. Deze vaardigheden zijn nodig om je staande te houden in een veranderende maatschappij en onafhankelijk te kunnen denken, analyseren en beoordelen. Wiskundig kritisch denken kan leiden tot verdiepend onderzoek. Het komt in de breedte voor binnen het leergebied van rekenen en wiskunde. Wiskundig kritisch denken leidt in samenhang met alle andere leergebieden tot de brede vaardigheid kritisch denken en dus ook tot bredere persoonlijke vorming.

3. Probleemoplossen is bij uitstek dé vaardigheid die alle leerlingen later – op hun eigen niveau – in alle aspecten van het leven in de moderne maatschappij nodig hebben.

Een probleem is een taak die een leerling niet routinematig kan oplossen. Leerlingen maken keuzes uit kennis en vaardigheden die ze zich eerder hebben eigengemaakt en zetten deze flexibel in als onderdeel van een oplossingsstrategie. Leerlingen bekijken de gekozen oplossingsstrategie kritisch. Als deze resulteert in een oplossing, wordt die oplossing getoetst aan het probleem, waarna de oplossingsstrategie eventueel herzien kan worden.

Door eenvoudige en complexe problemen aan te pakken vergroten leerlingen hun oplossingsrepertoire en daarmee hun (wiskundige) wendbaarheid. Zo kunnen zij beter typen problemen herkennen en aan elkaar koppelen. De bekwaamheid probleemoplossen bij Rekenen & Wiskunde is versterkend voor alle andere leergebieden.

4. Wiskunde en rekenen is iets wat je niet alleen doet, maar samen en daarvoor is effectieve communicatie onontbeerlijk.

Wiskundig communiceren heeft enerzijds tot doel het begrijpelijk maken van wiskunde voor een breed publiek en anderzijds het kunnen communiceren in de universele taal van de wiskunde met anderen over de hele wereld. Wiskundig communiceren is het vermogen een oplossingsstrategie, een redenering, een reken- & wiskundig model, een algoritme of de wijze waarop een onderzoek is uitgevoerd, toegankelijk te maken voor een breder publiek. Dit kan in gesproken taal, geschreven taal en met behulp van reken- & wiskundige representaties (zoals grafieken, diagrammen, formules, symbolen). Het vermogen wiskundig te communiceren maakt het mogelijk om dagelijkse problemen te vertalen in formele reken- & wiskundetaal en het probleem te digitaliseren. Voor alle leerlingen is het van belang om kennis te maken met formele wiskundetaal met haar eigen notaties en symbolen. Het uitstroomperspectief van een leerling bepaalt de balans tussen functioneel en formeel communiceren. Het vermogen tot wiskundig communiceren op zowel functioneel als formeel niveau bevordert ook communicatie binnen andere leergebieden (onder andere Mens & Natuur, Mens & Maatschappij en Bewegen & Sport). Goed kunnen communiceren in het Nederlands en/of moderne vreemde talen is ten slotte een voorwaarde om goed wiskundig te kunnen communiceren.



Ontbrekende grote opdrachten

Bij de reken- & wiskundige bekwaamheden *Modelleren* en *Creatief denken* worden grote opdrachten nog ontwikkeld. Verder overwegen we in deze rubriek nog een zevende grote opdracht over *algoritmisch denken* te formuleren.

Grote opdrachten gebaseerd op inhoudsdomeinen

5. Door de toenemende rekenkracht van digitale middelen is numerieke wiskunde een krachtigere methode geworden om tot oplossingen van complexe problemen te komen.

Numerieke wiskunde biedt de mogelijkheid om aan iteratieve processen (zich herhalende stappen) te werken en zo algoritmisch te denken. Uitgangspunt hierbij is een goed fundamenteel begrip van getallen, verbanden en formules. Bij numerieke wiskunde kun je met behulp van specifieke methoden systematisch wiskundige problemen oplossen. Bij de uitvoering van deze methoden zijn computervaardigheden wenselijk; hierbij is samenhang met het leergebied Digitale Geletterdheid mogelijk.

Voorbeelden van numerieke methoden zijn inklemmen en interpolatie. Onder numerieke wiskunde valt ook dat tussentijds afronden in samengestelde berekeningen kan leiden tot sterk afwijkende uitkomsten.

6. Formules en verbanden helpen je om structuren te herkennen in de wereld en algoritmisch te denken.

Formules, schematische voorstellingen, grafieken en tabellen helpen om greep te krijgen op de verbanden tussen grootheden en variabelen. Daarnaast helpen formules om complexe (wiskunde)taken te modelleren en op te lossen. Onderdelen zijn formules en vergelijkingen opstellen, grafieken kunnen tekenen en beschrijven, regelmaat in tabellen herkennen en formules kunnen hanteren en interpreteren binnen een context. Verbanden zijn een middel om situaties uit de dagelijkse praktijk te mathematiseren en er zo wiskundig over te communiceren.

7. Getallen zijn de basis voor het leergebied Rekenen & Wiskunde en vormen daarmee voor een groot deel het fundament ervan.

Getallen vormen een krachtig middel om hoeveelheden, aantallen en maten weer te geven. Bovendien vormen getallen een formeel reken- & wiskundig systeem met een specifieke structuur en ordening. Getalbegrip en de basisbewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) vormen het fundament. Kennis van en inzicht in getallen vormt de basis voor wiskundig communiceren. Logisch redeneren vormt verder een mooi uitgangspunt om kennis en inzicht in getallen te ontwikkelen. Een goed begrip van getallen en de basisbewerkingen draagt bij aan het gebruiken van rekenen en wiskunde in andere leergebieden. Dit benadrukt de faciliterende rol van het leergebied.

8. Het juist interpreteren van data en er conclusies aan kunnen verbinden zijn belangrijke vaardigheden in het proces van socialisatie en voor een goede maatschappelijke toerusting.

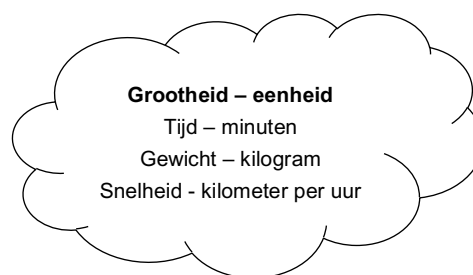
Informatieverwerking begint met het herkennen van visualisaties (onder andere diagrammen en grafieken), het aflezen van gegevens en vervolgens het analyseren daarvan. Kritisch denken is hierbij een noodzakelijke voorwaarde. Op sommige niveaus komt het exploreren (bewerken en interpreteren) van datasets met kennis van



onzekerheid aan bod. Het beheersen van deze vaardigheden is onder andere onderdeel van kritisch denken en het leergebied Burgerschap; denk bijvoorbeeld aan *factchecking*.

9. Meten is nodig om houvast te krijgen in het dagelijks leven.

Metten wordt toegepast in de dagelijkse praktijk en bevordert de zelfredzaamheid in de maatschappij. Meten is het bepalen van grootte en omvang, wat we tot uitdrukking brengen in grootheden met daarbij passende eenheden. Eenheden kunnen in elkaar kunnen omgerekend worden. Het kunnen hanteren van meetinstrumenten is hierbij een voorwaarde. Kennis hebben van bijbehorende begrippen is de basis hiervan. Meten wordt in de samenhang met alle leergebieden gebruikt.



Voorbeeld uit het primair onderwijs
Wat is de omtrek van je tafel?

Voorbeeld uit het voortgezet onderwijs

Een atleet loopt de marathon in 2:03:45.25. Wat is zijn gemiddelde snelheid in km/uur?

10. Om processen te begrijpen heb je kennis nodig van veranderingen.

Met begrip van veranderingsgedrag bij verbanden kun je optimaliseringsproblemen aanpakken en wiskundige modellen opstellen binnen bijvoorbeeld natuurwetenschappelijke en economische contexten. Het verkrijgen van inzicht in deze processen versterkt het probleemoplossend vermogen, wat op zijn beurt bijdraagt aan de drie hoofddoelen van het onderwijs. Bovendien leent kennis van veranderingen zich voor gebruik van algebraïsche vaardigheden van leerlingen.

Ontbrekende grote opdrachten

Bij de inhoudsdomeinen *Variabelen*, *Verhoudingen*, *Meetkunde*, *Discrete wiskunde* en *Logica* zijn grote opdrachten nog in ontwikkeling. Verder overwegen we in deze rubriek nog een zevende grote opdracht over *programmeren* te formuleren.



PROCESVERSLAG tweede ontwikkelsessie

Herziening van de visie op het leergebied

Naar aanleiding van de eerste feedbackronde heeft het ontwikkelteam een aantal wijzigingen en vooral aanvullingen op de visie uitgebracht. Deze wijzigingen en aanvullingen worden nader verwoord en toegelicht in een zogenaamd consultatieverslag. Belangrijke aanvullingen zijn een paragraaf over de relevantie van het leergebied, de mogelijke rol van informatietechnologie in het leergebied en de relatie met taal(ontwikkeling). Daarnaast is de structuur van het visiedocument aangepast.

Totstandkoming van de grote opdrachten

Deze grote opdrachten zijn het resultaat van een ontwikkelproces dat door het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde in enkele dagen is uitgevoerd. In een digitale raadpleging die hieraan vooraf ging, hebben de leden van het ontwikkelteam zich uitgesproken over het perspectief van waaruit de grote opdrachten ontwikkeld zouden worden. Er werden drie mogelijkheden overwogen:

- vanuit de inhoud in de vorm van kernconcepten en –bewerkingen;
- vanuit bekwaamheden;
- vanuit karakteristieken van het leergebied, zoals: 'structuur', 'patroon', 'representatie', 'abstractie' en 'causaliteit'.

De voorkeur van de teamleden ging in overgrote meerderheid uit naar een combinatie van de eerste twee perspectieven. Laatstgenoemd perspectief vonden de leden te abstract en te hoog gegrepen.

Startpunt van de ontwikkelsessie was een overzicht van inhoudsdomeinen en van reken- & wiskundige bekwaamheden. Het overzicht van inhoudsdomeinen is gebaseerd op het Onderwijsbegrippenkader en overdekt het hele huidige leergebied. Leden van het ontwikkelteam hebben in de loop van het proces de gelegenheid gehad en te baat genomen om hierin veranderingen aan te brengen en de lijst aan te vullen. Het overzicht van reken- & wiskundige bekwaamheden (= domeinonafhankelijke reken- en wiskundevermogens van een leerling) is gebaseerd op een aantal bronnen, waaronder de wiskundige denkactiviteiten uit het voortgezet onderwijs. Ook deze lijst heeft gaandeweg het proces enkele wijzigingen ondergaan.

De bekwaamheden zijn verder opgedeeld in een aantal zogenaamde kernbekwaamheden en voorwaardelijke bekwaamheden. De kernbekwaamheden komen voort uit de visie van het ontwikkelteam op het leergebied. Voorwaardelijke bekwaamheden zijn kennis en verwoording van reken- & wiskundige feiten, beheersing van reken- & wiskundige routines en het beschikken over een zeker niveau van reken- & wiskundig inzicht. Om kernbekwaamheden te kunnen uitoefenen zijn voorwaardelijke bekwaamheden in meer of mindere mate noodzakelijk. De inhoudsdomeinen en reken- & wiskundige bekwaamheden zijn door het ontwikkelteam besproken aan de hand van een schema, zoals in de onderstaande figuur te zien is.

Eerst hebben de ontwikkelteamleden voor drie sectoren de blauwe matrix ingevuld met +, 0 of –. Daarmee gaf iedereen aan in welke mate een inhoudsdomein zich leent voor uitoefening van een kernbekwaamheid. Vervolgens hebben de leden zich in de groene matrix uitgesproken over in welke mate feitenkennis, beheersing van routines en inzicht noodzakelijk is om in elk van de domeinen de geselecteerde kernbekwaamheden uit te kunnen oefenen. Deze manier hielp om vertrouwd te raken maken met inhoudsdomeinen en bekwaamheden en tot een keuze te komen voor grote opdrachten.



	Probleemoplossen	Modelleren	Exploratief onderzoeken	Logisch redeneren	Wiskundig communiceren	Algoritmisch denken							
Leent zich voor dit uitstroomperspectief (ja/nee)											Feiten	Routines	Inzicht
Getallen													
Variabelen													
Verhoudingen													
Meten													
Meetkunde													
Verbanden & formules													
Informatieverwerking & onzekerheid													
Discrete wiskunde													
Analyse													
Numerieke wiskunde													
Logica													

Voor vmbo en havo/vwo heeft dat geresulteerd in het onderstaande. Voor het primair onderwijs bleek invulling van het schema in eerste instantie niet goed mogelijk omdat de terminologie niet passend was voor het primair onderwijs. Mede daarom heeft het ontwikkelteam besloten om bij elk van de kernbekwaamheden en bij elk van de inhoudsdomeinen grote opdrachten te ontwikkelen. Nadien ontstond nog discussie over de vraag of algoritmisch denken een afzonderlijke bekwaamheid is of onderdeel is van probleemoplossen. Deze kwestie willen we aan betrokkenen voorleggen.

Uitstroomperspectief: Havo/VWO

kritisch denken

creatief denken

ICT?

verplichte vakken

	Probleemoplossen	Modelleren	Exploratief onderzoeken	Logisch redeneren	Wiskundig communiceren	Algoritmisch denken	creatief denken	ICT?					
Leent zich voor dit uitstroomperspectief (ja/nee)	ja												
Getallen	0	0	0	0	0	0							
Variabelen	0	+	0	0	0	0							
Verhoudingen	0	0	0	0	0	0							
Meten	0	0	+	0	0	0							
Meetkunde					+	+							
Verbanden & formules	+	+	+	0	+	+							
Informatieverwerking & onzekerheid	+	+	++	0	+	+							
Discrete wiskunde	+	0	0	+	+	0							
Analyse	+	0	0	0	0	+							
Numerieke wiskunde	0	0	0	0	0	+							
Logica	0	0	0	+	+	0							
<i>Periodieke Functies</i>	0	0	0	0	0	0							



VMBO

Uitstroomperspectief:

	Probleemoplossen	Modellieren	Experimenteel onderzoeken	Logisch redeneren	Wiskundig communiceren	Algoritmisch denken							Faiten	Routines	Inzicht	
Leent zich voor dit uitstroomperspectief (ja/nee)			0		+	+										
Getallen	+	+	0	+	+	+							*	+	+	
Variabele	0	+	0	-	+	0							*	0	0	
Verhoudingen	+	-	0	0	+	0							*	+	+	
Meten	+	-	0	0	0	0							*	+	+	
Meetkunde	+	-	0	+	+	+							*	0	+	
Verbanden & formules	-	+	0	+	+	+							+	+	+	
Informatieverwerking & onzekerheid	-	+	0	+	+	+							+	0	0	
Discrete wiskunde	-	+	0	-	0	0							+	0	0	
Analyse	-	+	0	+	+	+							+	0	0	
Numerieke wiskunde	-	0	0	0	0	0							+	0	0	
Logica	+	+	0	+	+	+							+	0	0	



CONSULTATIEVRAGEN

De grote opdrachten van het leergebied Rekenen & Wiskunde beschrijven de kern van wat leerlingen vanuit het perspectief van het leergebied nodig hebben om de wereld te kunnen begrijpen (kennis of 'inhoud') en om in die wereld adequaat te kunnen handelen (vaardigheden of breder: 'bekwaamheden'). Ze gaan hetzij over reken- & wiskundige bekwaamheden, hetzij over leerinhouden. We onderscheiden zes grote opdrachten die op reken- & wiskundige bekwaamheden zijn gebaseerd en elf grote opdrachten die op inhoudsdomeinen gebaseerd zijn. Van de zes eerstgenoemde grote opdrachten zijn er vier uitgewerkt. Van de elf andere grote opdrachten zijn er zes uitgewerkt.

Graag ontvangen wij uw feedback ten aanzien van de uitwerking van de grote opdrachten. We vragen u bij het beantwoorden ook specifieke verbeteruggesties mee te geven. Dat stelt ons in staat om uw feedback goed te kunnen verwerken.

U kunt uw feedback geven op www.curriculum.nu/rekenen-en-wiskunde

Alvast hartelijk dank voor uw medewerking,

Het Ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde

1. Heeft u behoefte aan verduidelijking van grote opdrachten door middel van voorbeelden? Zo ja, bij welke grote opdrachten?
Doelgroepen: leraren, schoolleiders, ouders.
2. In hoeverre dekken de grote opdrachten (inclusief degene die nog ontwikkeld moeten worden) het leergebied af? Geef uw oordeel op een schaal van 1 = niet of nauwelijks, 2 = in beperkte mate, 3 = vrij behoorlijk en 4 = volledig. Licht uw antwoord toe.
Doelgroepen: algemeen
3. Is algoritmisch denken naar uw mening voldoende vertegenwoordigd in de grote opdrachten? Licht uw antwoord toe.
Doelgroepen: leraren, ouders, vervolgonderwijs, maatschappelijke organisaties/bedrijfsleven, experts.
4. Is programmeren naar uw mening voldoende vertegenwoordigd in de grote opdrachten? Licht uw antwoord toe.
Doelgroepen: leraren, ouders, vervolgonderwijs, maatschappelijke organisaties/bedrijfsleven, experts.
5. Moeten onderwerpen uit de meetkunde toegevoegd worden aan de grote opdracht over Meten of moet er een specifieke grote opdracht geformuleerd worden bij het domein Meetkunde? Kunt u dit toelichten?
Doelgroepen: leraren.

Consultatievraag 6 wordt voor elk van de tien uitgewerkte grote opdrachten gesteld.

6. In hoeverre is grote opdracht 1, 2, ..., 10 in essentie herkenbaar voor de sector waar u werkzaam bent of waar uw interesse naar uit gaat? Geef uw oordeel op een schaal van 1 = niet of nauwelijks, 2 = in beperkte mate, 3 = vrij behoorlijk en 4 = volledig. Licht uw antwoord toe.
Doelgroepen: leerlingen, leraren, vervolgonderwijs, maatschappelijke organisaties/bedrijfsleven, experts.



BRONNENLIJST

Kennisnet. (z.j.) OBK Kernprogramma Browser. Geraadpleegd op 17 mei 2018 van <https://kernprogrammabrowser.kennisnet.nl/#/kernprogrammas>.

Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs. (2007). Rijk aan betekenis. Utrecht: Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs.